



Ion Cicu • Eliza-Mihaela David • Ioana Iacob
• Răzvan Ceucă • David Brumar
coordonator: Cătălin Liviu Gherghe

MATEMATICĂ

clasa a VIII-a

Cuprins

Bun găsit, școală! 7

- Recapitulare 8
- Evaluare inițială 12

Intervale de numere reale. Inecuații în $\mathbb{R}$ 13

- 1.1 1. Mulțimi definite printr-o proprietate a elementelor lor 14
- 2.1 2. Intervale numerice și reprezentarea lor pe axa numerelor 16
- 3.1 3. Intersecția și reuniunea intervalelor 20
- 4.1 4. Inecuații de forma $ax + b \geq 0$ ($\leq, <, >$), unde $a, b \in \mathbb{R}$ 23
- 5.1 • Recapitulare 29
- 6.1 • Evaluare 31
- Exersezi și progresezi 32

Calcul algebric în $\mathbb{R}$. Operații cu numere reale reprezentate prin litere. 34

- 1.2 1. Operații cu numere reale exprimate prin litere (adunare și scădere);
- 2.2 reducerea termenilor asemenea 35
- 3.2 2. Operații cu numere reale exprimate prin litere (înmulțirea, împărțirea, ridicarea la putere) 39
- 4.2 3. Formule de calcul prescurtat 43
- 5.2 • Recapitulare 46
- 6.2 • Evaluare 49
- Exersezi și progresezi 50

Calcul algebric în $\mathbb{R}$. Descompuneri în factori utilizând reguli de calcul în $\mathbb{R}$ 52

- 1.1 **Ecuatii de forma $ax^2 + bx + c = 0$, unde $a, b, c \in \mathbb{R}$ 52**
- 2.2 1. Descompuneri în factori utilizând reguli de calcul în $\mathbb{R}$ (factorul comun) 53
- 3.2 2. Descompuneri în factori utilizând reguli de calcul în $\mathbb{R}$ (formule de calcul prescurtat) 55
- 4.2 3. Descompuneri în factori utilizând reguli de calcul în $\mathbb{R}$ (grupare de termeni) 58
- 5.2 4. Ecuatii de forma $ax^2 + bx + c = 0$, unde $a \in \mathbb{R}^*$, $b, c \in \mathbb{R}$ 60
- 6.2 • Recapitulare 64
- Evaluare 66
- Exersezi și progresezi 67

Calcul algebric în $\mathbb{R}$. Frații algebrice. 70

- 1.2 1. Frații algebrice 71
- 2.2 2. Operații cu fracții algebrice (adunarea și scăderea) 74
- 3.2 3. Operații cu fracții algebrice (înmulțirea, împărțirea, ridicarea la putere) 76
- 4.2 • **Proiect:** Modelare matematică în 3D 79
- 5.2 • Recapitulare 80
- 6.2 • Evaluare 82
- Exersezi și progresezi 83

Funcții. Organizarea datelor și probabilități. 84

- 1.3 1. Funcții definite pe mulțimi finite, exprimate cu ajutorul unor diagrame, tabele, formule 85
- 2.3 2. Graficul unei funcții, reprezentarea geometrică a graficului unor funcții numerice 89
- 3.3 3. Funcții de forma $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, unde a și b sunt numere reale și D este
- 4.3 o mulțime finită de numere reale sau un interval nedegenerat; interpretare geometrică; lecturi grafice 92
- 5.3 4. Elemente de statistică: indicatorii tendinței centrale (frecvență, medie, mediană,
- 6.3 mod și amplitudine a unui set de date) 99
- **Investigație:** Ecranul și noi 103
- Recapitulare 104
- Evaluare 106
- Exersezi și progresezi 107

1.4
2.4
3.4
4.4
5.4
6.4

Elemente ale geometriei în spațiu. Noțiuni introductive.**Corpuri geometrice 111**

1. Puncte, drepte, plane: convenții de notare, reprezentări, determinarea dreptei, determinarea planului, relații între puncte, drepte, plane	112
2. Corpuri geometrice: piramida, piramida regulată, tetraedul regulat; reprezentare, elemente caracteristice, desfășurări	118
3. Corpuri geometrice: prismă dreaptă, paralelipiped dreptunghic, cub; reprezentare, elemente caracteristice, desfășurări	123
----- Proiect: Poliedre platonice	129
4. Corpuri geometrice: cilindru circular drept; con circular drept; reprezentare, elemente caracteristice, desfășurări	130
----- ● Recapitulare	135
----- ● Evaluare	138
----- ● Exersezi și progresezi	139

1.4
2.4
3.4
4.4
5.4
6.4

Elemente ale geometriei în spațiu. Paralelism 140

1. Paralelism: drepte paralele; unghiul a două drepte	141
2. Dreapta paralelă cu planul	145
3. Plane paralele	148
4. Aplicații: secțiuni paralele cu baza în corpurile geometrice studiate; trunchiul de piramidă și trunchiul de con circular drept (descriere și reprezentare)	151
----- ● Recapitulare	154
----- ● Evaluare	157
----- ● Exersezi și progresezi	158

1.4
2.4
3.4
4.4
5.4
6.4

Elemente ale geometriei în spațiu. Perpendicularitate 160

1. Drepte perpendiculare, dreaptă perpendiculară pe un plan	161
2. Aplicații: înălțimea unei piramide, înălțimea unui con circular drept	164
3. Distanța dintre două plane paralele, înălțimea prisme drepte, a paralelipipedului dreptunghic, a cilindrului circular drept, a trunchiului de piramidă, a trunchiului de con circular drept	166
4. Proiecții de puncte, de segmente și de drepte pe un plan	170
5. Unghiul dintre o dreaptă și un plan, aplicație: lungimea proiecției unui segment	172
6. Unghi diedru, unghi plan corespunzător diedrului; unghiul a două plane; plane perpendiculare; secțiuni diagonale, secțiuni axiale în corpurile studiate	175
7. Teorema celor trei perpendiculare. Calculul distanței de la un punct la o dreaptă. Calculul distanței de la un punct la un plan. Calculul distanței dintre două plane paralele	178
----- ● Recapitulare	185
----- ● Evaluare	187
----- ● Exersezi și progresezi	188

1.5
2.5
3.5
4.5
5.5
6.5

Arii și volume ale unor corpuri geometrice. 190

1. Distanța pe fețele sau în interiorul corpurilor geometrice studiate	191
2. Măsuri de unghiuri pe fețele sau în interiorul corpurilor geometrice studiate	195
3. Piramidă regulată (cu baza triunghi echilateral, pătrat sau hexagon regulat)	199
4. Prismă dreaptă (cu baza triunghi echilateral, pătrat sau hexagon regulat), paralelipiped dreptunghic, cub	202
5. Cilindru circular drept, con circular drept	206
6. Trunchi de piramidă regulată, trunchi de con circular drept, sferă	209
----- ● Recapitulare	212
----- ● Evaluare	214
----- ● Exersezi și progresezi	215

Bun venit, vacanță! 216

----- ● Recapitulare finală	217
----- ● Evaluare finală	220

Competențe generale:

1. Identificarea unor date, mărimi și relații matematice, în contextul în care acestea apar;
2. Prelucrarea unor date matematice de tip cantitativ, calitativ, structural, cuprinse în diverse surse informaționale;
3. Utilizarea conceptelor și a algoritmilor specifici în diverse contexte matematice;
4. Exprimarea în limbajul specific matematicii a informațiilor, concluziilor și demersurile de rezolvare pentru o situație dată;
5. Analizarea caracteristicilor matematice ale unei situații date;
6. Modelarea matematică a unei situații date, prin integrarea achizițiilor din diferite domenii.

Competențe specifice:

- 1.1. Recunoașterea, apartenenței unui număr real la o mulțime;
- 1.2. Identificarea componentelor unei expresii algebrice;
- 1.3. Identificarea unor dependențe funcționale în diferite situații date;
- 1.4. Identificarea unor figuri plane sau a unor elemente caracteristice acestora în configurații spațiale date;
- 1.5. Identificarea corpurilor geometrice și a elementelor metrice necesare pentru calcularea ariei sau a volumului acestora;
- 2.1. Efectuarea unor operații cu intervale numerice reprezentate pe axa numerelor sau cu mulțimi definite printr-o proprietate a elementelor ei;
- 2.2. Aplicarea unor reguli de calcul cu numere reale exprimate prin litere;
- 2.3. Descrierea unei dependențe funcționale într-o situație dată, folosind diagrame, tabele sau formule;
- 2.4. Reprezentarea, prin desen sau prin modele, a unor configurații spațiale date;
- 2.5. Prelucrarea unor date caracteristice ale corpurilor geometrice studiate în vederea calculării unor elemente ale acestora;
- 3.1. Utilizarea unor procedee matematice pentru operații cu intervale și rezolvarea inecuațiilor în $\mathbb{R}$;
- 3.2. Utilizarea formulelor de calcul prescurtat și a unor algoritmi pentru rezolvarea ecuațiilor și a inecuațiilor;
- 3.3. Reprezentarea în diverse moduri a unor funcții cu scopul caracterizării acestora;
- 3.4. Folosirea unor proprietăți de paralelism sau perpendicularitate pentru analizarea pozițiilor relative ale dreptelor și planelor;
- 3.5. Alegerea metodei adecvate pentru calcularea unor caracteristici numerice ale corpurilor geometrice;
- 4.1. Folosirea terminologiei aferente noțiunilor de mulțime, de interval numeric și de inecuații;
- 4.2. Exprimarea matematică a unor situații concrete prin calcul algebric;
- 4.3. Utilizarea unui limbaj specific pentru formularea unor opinii referitoare la diferite dependențe funcționale;
- 4.4. Descrierea în limbaj matematic a elementelor unei configurații geometrice;
- 4.5. Utilizarea unor termeni și expresii specifice pentru descrierea proprietăților figurilor și corpurilor geometrice;
- 5.1. Interpretarea unei situații date utilizând intervale și inecuații;
- 5.2. Interpretarea unei situații date utilizând calcul algebric;
- 5.3. Analizarea unor funcții în context intra și interdisciplinar;
- 5.4. Alegerea reprezentărilor geometrice adecvate în vederea descrierii unor configurații spațiale și a calculării unor elemente metrice;
- 5.5. Analizarea condițiilor necesare pentru ca o configurație geometrică spațială să verifice anumite cerințe date;
- 6.1. Rezolvarea unor situații date, utilizând intervale numerice sau inecuații;
- 6.2. Interpretarea matematică a unor probleme practice prin utilizarea ecuațiilor sau a formulelor de calcul prescurtat;
- 6.3. Modelarea cu ajutorul funcțiilor a unor fenomene din viața reală;
- 6.4. Modelarea unor situații practice în limbaj geometric, utilizând configurații spațiale;
- 6.5. Interpretarea informațiilor referitoare la distanțe, arii și volume după modelarea printr-o configurație spațială a unei situații date din cotidian.

Bun găsit, școală!

UNITATEA

1



1. Recapitulare

1 Transformă următoarele fracții zecimale în fracții ordinare ireductibile:

- a) 0,237; d) 0,(234); g) 0,23(4);
 b) 1,54; e) 1,(54); h) 1,5(4);
 c) 2,004; f) 2,(004); i) 2,0(04).

2 Calculează:

a) $0,2^3 - \frac{1}{5^3} + \frac{1}{10}$;

b) $0,(3) : \left[\frac{1}{6} - 3 \cdot \left(2 + \frac{1}{9} \right) + \frac{1}{2} \cdot \frac{5}{3} \right]$.



3 În *Figura 1* este reprezentată distribuția notelor la Evaluarea Națională pentru clasele a VIII-a A și a VIII-a B. Determină numărul elevilor care au obținut note mai mari sau egale cu 6.

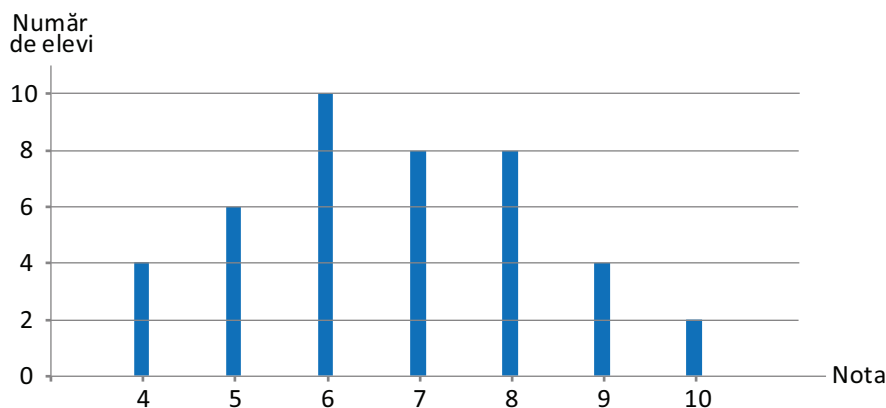


Figura 1 - Distribuția notelor

4 În tabelul de mai jos sunt rezultatele unui test de matematică la o clasă a VIII-a.

Nota	3	4	5	6	7	8	9	10
Număr de elevi	2	3	4	5	7	4	3	2

Determină media clasei la acest test.



5 În *Figura 2* este reprezentată distribuția, în procente, a timpului alocat activităților desfășurate de un elev pe parcursul unei zile.

Care este timpul, în procente, pe care un elev îl alocă distracției?

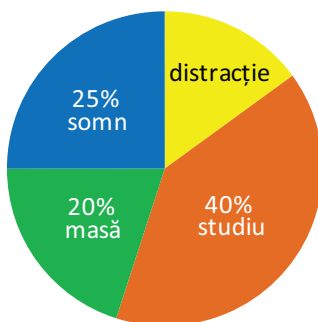


Figura 2 - Activitățile zilnice ale unui elev și timpul alocat lor

6 Se consideră numerele:

$$x = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} + \frac{1}{4} - \frac{1}{5} + \dots + \frac{1}{2010} - \frac{1}{2011} \text{ și } y = 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots + \frac{1}{2009} - \frac{1}{2010}.$$

Calculează media aritmetică a numerelor x și y .

7 Rezolvă, în mulțimea numerelor raționale, ecuațiile:

a) $x + 17 = 12$;

e) $\frac{x}{3} - \frac{x-3}{4} = \frac{x+1}{6}$;

b) $3x - 5 = 22$;

f) $\frac{2}{5} \cdot \left(\frac{5}{4}x - \frac{5}{6} \right) = 3x - \frac{1}{6}$;

c) $5x + 4 = 7x + 1$;

g) $0, (3)x + 1,5 = 1$;

d) $2(x - 3) + 1 = 5 - 4(x - 2)$;

h) $3 + |2x - 1| = 5$.

8 a) Scoate factorii de sub radical: $\sqrt{648}$.

b) Introdu factorii sub radical: $11\sqrt{3}$.

9 Compară numerele reale: a) $2\sqrt{5}$ și $3\sqrt{2}$; b) $4\sqrt{3}$ și 7; c) $5\sqrt{6}$ și $6\sqrt{5}$.

10 Stabilește care dintre afirmațiile următoare sunt adevărate și care sunt false:

a) $|3 - 2\sqrt{3}| = 2\sqrt{3} - 3$; b) $|3\sqrt{3} - 2\sqrt{6}| = 3\sqrt{3} + 2\sqrt{6}$; c) $|-4 - 2\sqrt{2}| = 4 + 2\sqrt{2}$.

11 Raționalizează numitorul: a) $\frac{5}{\sqrt{5}}$; b) $\frac{1}{\sqrt{3}}$; c) $\frac{6}{5\sqrt{2}}$; d) $\frac{5}{4\sqrt{3}}$.



12 Transcrie în caiet exercițiul de mai jos, apoi asociază fiecărui exercițiu din coloana **A** răspunsul corect din coloana **B**.

A

1. $2\sqrt{2} + 5\sqrt{2} - 14\sqrt{2}$

2. $\sqrt{27} - \sqrt{75} + \sqrt{12}$

3. $3\sqrt{5} (2\sqrt{3} - \sqrt{5})$

B

a) $7\sqrt{2}$

b) $6\sqrt{15} - 15$

c) 0

d) $-7\sqrt{2}$

13 Arată că numărul $\sqrt{(3 - \sqrt{10})^2} + \sqrt{2} (2\sqrt{2} - \sqrt{5})$ este întreg.

14 Într-un sistem de axe ortogonale se consideră punctele $A(1,3)$, $B(5,0)$ și $C(-3,0)$.

a) Reprezintă cele trei puncte în sistemul de axe ortogonale;

b) Determină lungimile segmentelor: BC , AB și AC ;

c) Determină perimetrul triunghiului ABC ;

d) Determină aria triunghiului ABC .

15 Într-un sistem de axe ortogonale xOy se consideră punctul $M(-3,2)$.

a) Reprezintă simetricul punctului M față de originea O a sistemului de axe ortogonale și precizează-i coordonatele.

b) Reprezintă simetricul punctului M față de axa Ox a sistemului de axe ortogonale și precizează-i coordonatele.

c) Reprezintă simetricul punctului M față de axa Oy a sistemului de axe ortogonale și precizează-i coordonatele.

16 Determină aria:

- unui pătrat cu lungimea laturii egală cu 3 cm;
- unui dreptunghi cu lungimile laturilor de 3 cm, respectiv 5 cm;
- unui romb cu diagonalele de 2 cm, respectiv 6 cm;
- unui triunghi dreptunghic cu catetele de 4 cm, respectiv 5 cm;
- unui triunghi echilateral cu latura de 8 cm;
- unui triunghi isoscel cu două dintre laturi de 5 cm și cea de-a treia de 6 cm.



17 În *Figura 3* ABC este un triunghi isoscel, $AB = AC$ și AD înălțime în triunghi, cu $D \in BC$. Se știe că $AB = 13$ cm și $AD = 5$ cm.

- Determină perimetrul triunghiului ABC .
- Determină aria triunghiului ABC .

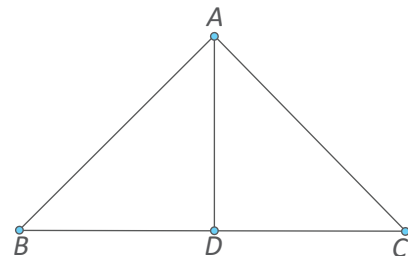


Figura 3



19 Se consideră triunghiul ABC , din *Figura 4*, P un punct oarecare pe latura BC , iar punctele M și N simetricele punctului P față de mijloacele laturilor AC și, respectiv, AB .

- Arată că patrulaterul $AMCP$ este paralelogram.
- Arată că patrulaterul $ANBP$ este paralelogram.
- Demonstrează că punctele M , A și N sunt coliniare.
- Arată că lungimea segmentului MN nu depinde de poziția punctului P pe latura BC .

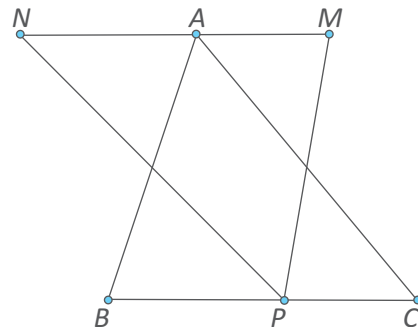


Figura 4

20 Pe diagonala AC a paralelogramului $ABCD$ se iau punctele distincte M și N astfel încât $AM = MN = NC$. Demonstrează că $BMDN$ este paralelogram.

21 Se consideră trapezul isoscel $ABCD$ cu bazele $AB = 4$ cm, $CD = 8$ cm și laturile neparalele $AD = BC = 4$ cm.

- Determină măsura unghiului C .
- Calculează lungimea diagonalei.
- Determină lungimea segmentului AO , unde O este punctul de intersecție a diagonalelor trapezului.



22 Se consideră $ABCD$ un patrulater convex, ca în *Figura 5*, și punctele M , N , P , Q mijloacele laturilor AB , BC , CD , respectiv DA .

Demonstrează că $MNPQ$ este un paralelogram.

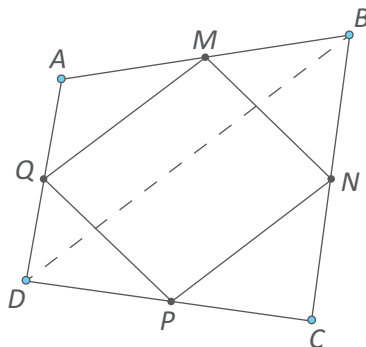


Figura 5

23 În triunghiul ABC medianele AM , $M \in BC$ și BN , $N \in AC$ se intersectează în G . Se consideră P un punct aflat pe dreapta AM , în exteriorul segmentului AM , astfel încât $GM = MP$.

- Arată că $BPCG$ este paralelogram.
- Demonstrează că punctul G este mijlocul segmentului AP .



24 Se consideră $ABCD$ un paralelogram, ca în Figura 6. Bisectoarele unghiurilor A și B se intersectează în E care este situat pe latura CD .

- Arată că punctul E este mijlocul laturii CD .
- Știind că $AD = 5$ cm, calculează perimetrul paralelogramului $ABCD$.
- Știind că aria paralelogramului $ABCD$ este egală cu 12 cm^2 și O este mijlocul segmentului AC , determină aria patrulaterului $AOED$.

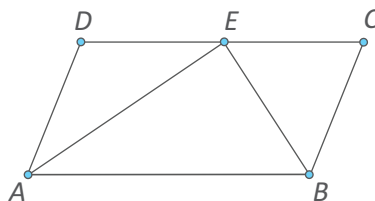


Figura 6



25 Se consideră cercul de centru O și rază $r = 4$ cm din Figura 7, cu AB diametru, iar C un punct pe cerc (diferit de A și B). Tangentele la cerc în A și B se intersectează cu tangenta în C la cerc în punctele D , respectiv E .

- Demonstrează că $DE = AD + BE$;
- Demonstrează că $\angle DOE = 90^\circ$;
- Arată că $AD \cdot BE = 16 \text{ cm}^2$.

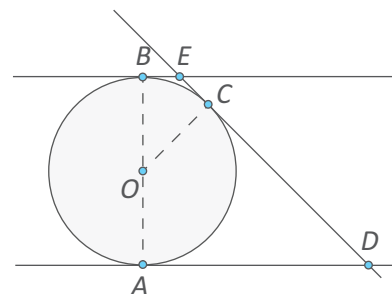


Figura 7

26 Din punctul A exterior unui cerc construim tangenta la cerc AT și secanta BC (B și C sunt puncte pe cerc).

- Demonstrează că $\angle ATB = \angle ACT$.
- Demonstrează că $AB \cdot AC = AT^2$.

27 Se consideră $ABCD$ un romb cu $\angle A = 60^\circ$ și un punct E în exteriorul rombului, astfel încât triunghiul ADE este triunghi echilateral.

- Demonstrează că punctele E , D , C sunt coliniare.
- Demonstrează că $ABCE$ este trapez isoscel.
- Demonstrează că $ABDE$ este romb.
- Dacă $AC = 6\sqrt{3}$ cm și $BD = 6$ cm, calculează aria rombului $ABDE$.

28 Un dreptunghi are perimetrul egal cu 28 cm și lungimea diagonalei de 10 cm. Determină aria dreptunghiului.

29 Se consideră $ABCD$ un trapez isoscel cu baza mare $AB = 16$ cm, $AD = BC = 10$ cm și $\angle ADC = 120^\circ$.

- Determină perimetrul trapezului.
- Determină aria trapezului.

2. Evaluare inițială

Timpul de lucru este de 45 de minute. Se acordă 10p din oficiu.

Partea I. Încercuiește răspunsul corect. Numai unul dintre răspunsuri este corect.

(5p) **1** Numărul $1,2(3)$ se scrie ca fracție ordinară astfel:

- A) $1\frac{23}{100}$; B) $1\frac{23}{90}$; C) $\frac{37}{30}$; D) $\frac{119}{90}$.

(5p) **2** Calculând $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} : \frac{5}{6}$ obținem:

- A) 1; B) $\frac{14}{18}$; C) 0,9; D) 0,1.

(5p) **3** Soluția ecuației $3x - 2 = 13$ este:

- A) 5; B) $\frac{11}{3}$; C) -5; D) 3.

(5p) **4** Calculând $2\sqrt{3} \cdot 3\sqrt{6}$ obținem:

- A) $6\sqrt{6}$; B) $6\sqrt{3}$; C) 18; D) $18\sqrt{2}$.

(5p) **5** Perimetrul unui pătrat este egal cu 28 cm. Aria acestui pătrat este:

- A) 7 cm^2 ; B) 49 cm^2 ; C) 36 cm^2 ; D) 25 cm^2 .

(5p) **6** Un triunghi dreptunghic are ipotenuza de 13 cm și o catetă de 12 cm. Cealaltă catetă este:

- A) 1 cm; B) 25 cm; C) 5 cm; D) 3 cm.

(5p) **7** Laturile unui triunghi isoscel sunt de 6 cm, 5 cm și 5 cm. Aria acestui triunghi este:

- A) 30 cm^2 ; B) 24 cm^2 ; C) 12 cm^2 ; D) 25 cm^2 .

Partea a II-a. La următoarele probleme se cer rezolvări complete.

(10p) **8** Se consideră ecuația $3x - 2m = x + 8$, unde m este un număr real.

- a) Determină numărul real m pentru care soluția ecuației este 3;
b) Pentru $m = 1$, rezolvă în $\mathbb{R}$ ecuația.

(25p) **9** În *Figura 8* este schița unui teren având forma dreptunghiului $ABCD$. Un observator aflat în punctul A constată că $AC = 12 \text{ m}$ și $\angle CAB = 30^\circ$.

(10p) a) Determină lungimile laturilor dreptunghiului.

(5p) b) Calculează perimetrul și aria dreptunghiului.

(10p) c) Determină distanța de la punctul A la dreapta BD .

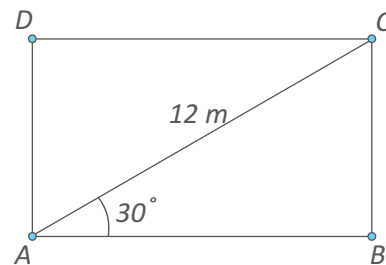


Figura 8 - Schița unui teren

(20p) **10** Într-un sistem de axe ortogonale xOy , se consideră punctele $A(-2,1)$ și $B(3,6)$.

(10p) a) Reprezintă punctele A și B în sistemul de axe ortogonale.

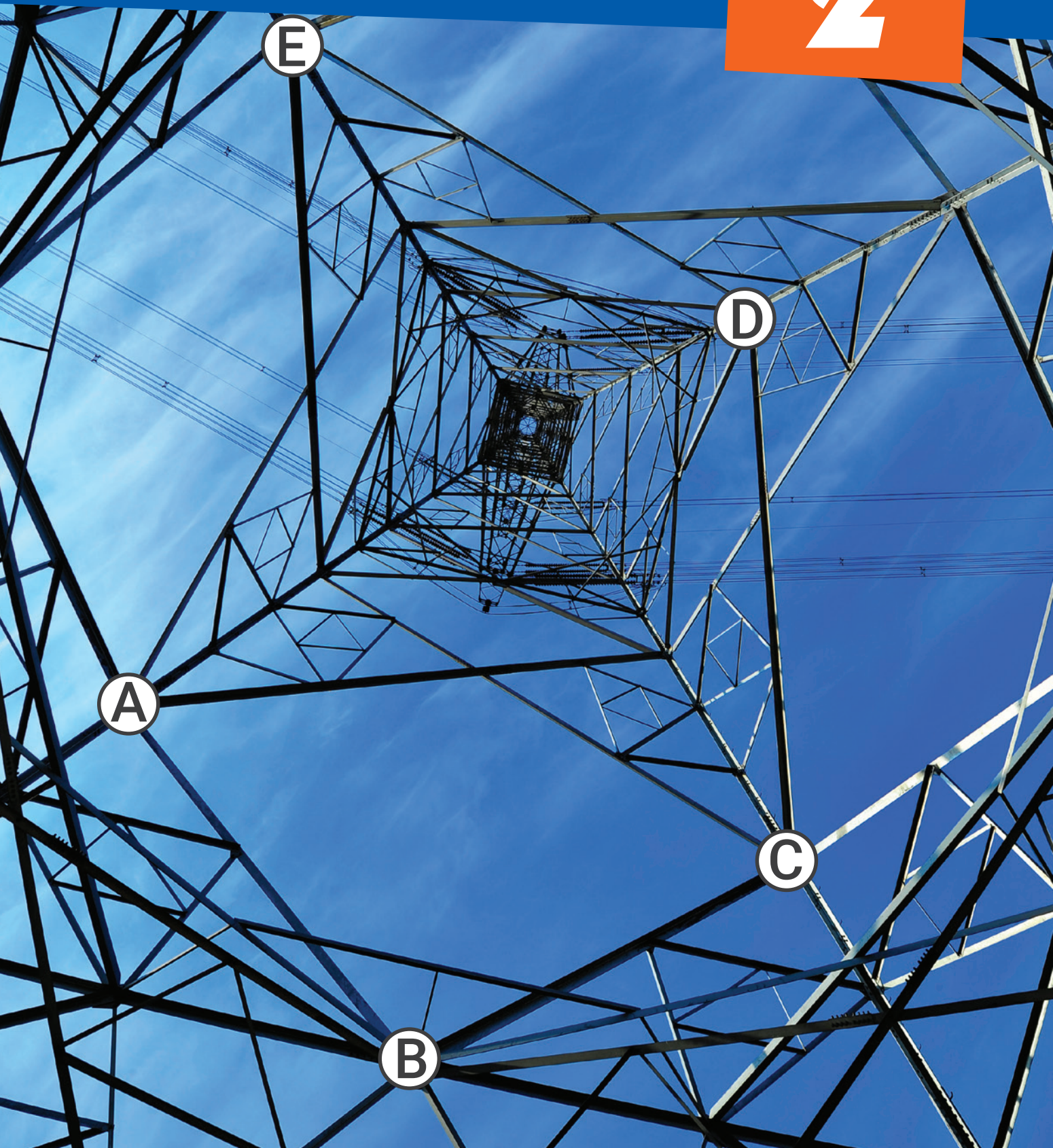
(5p) b) Determină lungimea segmentului AB .

(5p) c) Demonstrează că $OA \perp OB$, unde O este originea sistemului de axe.

Intervale de numere reale. Inecuații în $\mathbb{R}$

UNITATEA

2



1. Mulțimi definite printr-o proprietate a elementelor lor

Amintește-ți!



1 Folosind *Figura 1* răspunde la cerințele de mai jos.

a. Care dintre afirmațiile următoare sunt adevărate și care sunt false:

a) $1 \in A$; b) $3 \in B$; c) $8 \in A$; d) $2 \in A$; e) $5 \in B$; f) $7 \in B$.

b. Scribe, folosind acolade, mulțimile A și B .

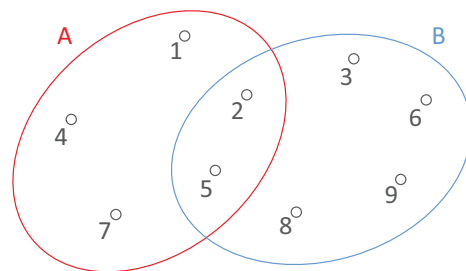


Figura 1 - Diagramele mulțimilor A și B

Observă și descoperă!

2 *Ana*: Profesorul de matematică mi-a cerut să scriu mulțimea A a numerelor naturale pare mai mici decât 100 și mulțimea B a tuturor numerelor naturale pare.

Radu: Și care este problema?

Ana: Nu am o problemă să scriu mulțimea A , dar cu mulțimea B am o problemă. Când cred că am scris cel mai mare număr natural par constat că dacă mai adun 2 obțin un număr par mai mare. Deci nu voi reuși să scriu niciodată toate elementele mulțimii B .

Ajut-o pe *Ana* să scrie mulțimea B răspunzând la următoarele întrebări:

a) Ce au în comun elementele din mulțimea A ?

b) Spune o proprietate comună tuturor elementelor din mulțimea B .



Important

• O mulțime se poate scrie precizând o proprietate P , comună elementelor din mulțime.

Vom scrie: $M = \{x \mid x \text{ verifică } P\}$.

Vom citi: M este mulțimea elementelor x cu proprietatea că x verifică P .

Exemplu: *Ana va scrie* $B = \{x \mid x \text{ este număr natural par}\}$ sau $B = \{x \mid x = 2k, k \in \mathbb{N}\}$

Exersează!



3 Asociază fiecărei mulțimi din prima coloană descrierea corespunzătoare din coloana a doua.

A

i) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 5\}$

ii) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x > 7\}$

iii) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 3\}$

iv) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 3k, k \in \mathbb{N}\}$

B

1. A este mulțimea numerelor reale mai mari decât -1 și mai mici decât 3 .

2. A este mulțimea numerelor naturale care sunt multipli ai lui 3 .

3. A este mulțimea numerelor naturale mai mici decât 7 .

4. A este mulțimea numerelor reale mai mari sau egale cu 5 .

5. A este mulțimea numerelor naturale mai mari decât 7 .

4 Scrie, următoarele enunțuri ca mulțimi definite printr-o proprietate comună a elementelor lor:

- Mulțimea numerelor reale mai mici decât 2;
- Mulțimea numerelor întregi mai mari sau egale cu -6 ;
- Mulțimea numerelor naturale care au cel puțin două cifre.

5 Determină cardinalul următoarelor mulțimi:

- $J = \{x \mid x \text{ este județ al României}\}$;
- $P = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ este pătratul unui număr natural, } x < 100\}$.

6 Determină elementele următoarelor mulțimi:

- $A = \{x \mid x \text{ este cifră a numărului } 6391236395\}$;
- $B = \{y \mid y \text{ este vocală în cuvântul } \textit{paralelogram}\}$.

7 În *Figura 2* sunt prezentate fructe și legume și principalele vitamine pe care acestea le conțin. Enumeră elementele următoarei mulțimi: $B = \{x \mid x \text{ este o vitamină din complexul de vitamine B}\}$.

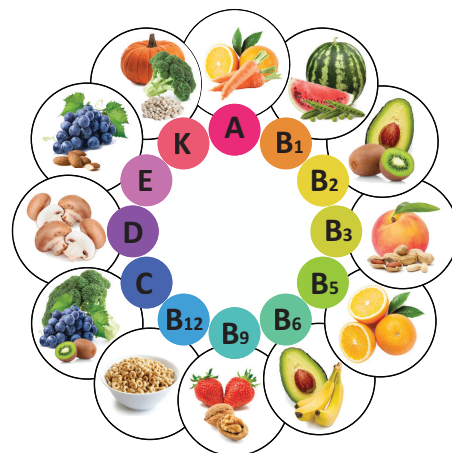


Figura 2 - Vitamine din fructe și legume

8 Se consideră mulțimea $A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20\}$. Precizează elementele următoarelor mulțimi:

- $I = \{x \in A \mid x \text{ este număr impar}\}$;
- $P = \{x \in A \mid x \text{ este număr prim}\}$;
- $C = \{x \in A \mid x : 5\}$.

9 Scrie următoarele enunțuri ca mulțimi definite printr-o proprietate comună a elementelor lor:

- Mulțimea numerelor reale egale cu modulul lor;
- Mulțimea numerelor reale al căror modul este egal cu opusul lor;
- Mulțimea numerelor raționale pentru care numărătorul și numitorul sunt numere naturale nenule având suma egală cu 12.

10 Problemă rezolvată: Determină elementele mulțimii $A = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{6}{2x+3} \in \mathbb{N}\right\}$.

Soluție: O fracție este număr natural sau întreg dacă **numitorul divide numărătorul**. Prin urmare $2x+3 \mid 6$. Deoarece 6 este număr natural trebuie ca $2x+3$ să fie număr natural. Cum divizorii lui 6 sunt $D_6 = \{1, 2, 3, 6\}$, avem $2x+3 = 1$ sau $2x+3 = 2$ sau $2x+3 = 3$ sau $2x+3 = 6$. Deoarece numai prima și a treia ecuație au soluții numere întregi, găsim $A = \{-1, 0\}$.

11 Portofoliu. Determină elementele următoarelor mulțimi:

- $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x \text{ divide pe } 20\}$;
- $B = \left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{10}{x} \in \mathbb{N}\right\}$;
- $C = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{15}{2x+1} \in \mathbb{Z}\right\}$;
- $D = \left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{x+1}{x} \in \mathbb{N}\right\}$.

Organizarea portofoliului

Ce vei face?

– Un portofoliu.

Când vei face?

– Pe măsură ce parcurgi unitățile de învățare.

Cum vei face?

– Vei aduna diferite lucrări realizate în cadrul activităților.

– Unele lucrări îți vor fi propuse de profesoara/ profesorul tău.

– Unele lucrări vor fi marcate în manual, cu eticheta **Portofoliu**.

– Alte lucrări vor fi alese de tine.



Pentru a afla cum să îți organizezi portofoliul, accesează manualul digital.

2. Intervale numerice și reprezentarea lor pe axa numerelor

Observă și descoperă!



1 Observă *Figura 3* și *Figura 4*, apoi completează, oral, propozițiile:



Figura 3 - Program magazin



Figura 4 - Program școala de vară

Magazinul este deschis în intervalul orar de luni până sâmbătă, iar duminica în intervalul orar
Programul școlii de vară se desfășoară în intervalul orar

- 2 Câte numere naturale sunt între 15 și 19? Dar între 2 și 3?
- 3 Spune două numere raționale cuprinse între 2 și 3.
- 4 Spune două numere iraționale cuprinse între 2 și 3.
- 5 Spune două numere reale cuprinse între 2,4 și 2,5.
- 6 Spune două numere reale cuprinse între 1,5 și $\sqrt{8}$.
- 7 Câte numere reale bănuiești că sunt între 2 și 3?
- 8 Enumeră elementele mulțimii $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 15 < x \leq 19\}$.
- 9 Poți enumera toate elementele mulțimii $B = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x \leq 3\}$? Justifică răspunsul dat.



Important

- Dacă $a < b$ sunt numere date, atunci **intervalul a, b** reprezintă mulțimea numerelor reale de la a până la b .
- Numerele a și b se numesc **capetele intervalului**.
- Un interval se notează scriind între paranteze rotunde sau pătrate capetele intervalului, iar între ele virgulă sau uneori punct și virgulă.

Exemplu: $(-2,1)$ sau $[3,2;5]$

Capetele intervalelor sunt -2 și 1 , respectiv $3,2$ și 5 .

- Elementele unui interval sunt numere reale. Niciodată nu vom putea scrie efectiv toate elementele unui interval.

- **Elementele unui interval** se pot reprezenta cu ajutorul axei numerelor reale. Pentru aceasta reprezentăm pe axa numerelor capetele intervalului și hașurăm porțiunea din axă cuprinsă între cele două numere.

Exemplu: În Figura 5 sunt reprezentate intervalele $(-2, 1)$ și $[3, 5]$.

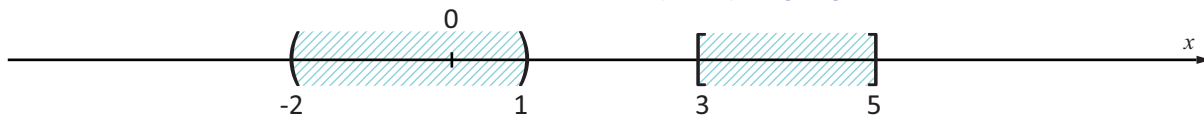


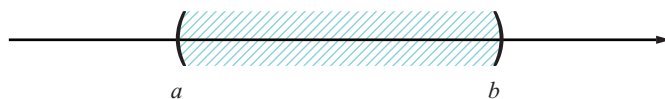
Figura 5 - Intervale reprezentate pe axa numerelor reale



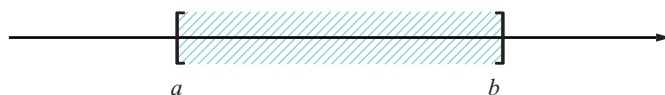
- Reprezentarea pe axa numerelor a unui interval de tipul (a, b) sau $[a, b]$ este un segment.

- Dacă a și b sunt capetele intervalului, cu $a < b$, atunci avem:

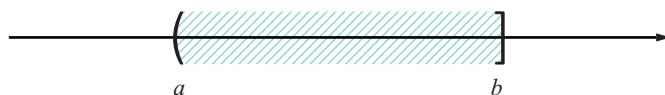
▷ „Intervalul deschis a, b ” (nu conține numerele a și b): $(a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x < b\}$.



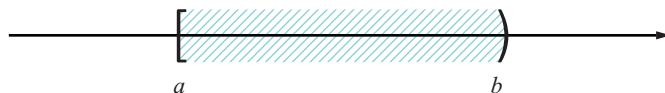
▷ „Intervalul închis a, b ” (conține numerele a și b): $[a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x \leq b\}$.



▷ „Intervalul deschis la stânga, închis la dreapta” (nu conține numărul a și conține numărul b): $(a, b] = \{x \in \mathbb{R} \mid a < x \leq b\}$.



▷ „Intervalul închis la stânga, deschis la dreapta” (conține numărul a și nu conține numărul b): $[a, b) = \{x \in \mathbb{R} \mid a \leq x < b\}$.



Exemple: $[-3, 2)$ este „intervalul închis la stânga, deschis la dreapta, minus trei, doi”, adică îl conține pe -3 și nu-l conține pe 2 . $[3, 5]$ este „intervalul închis trei, cinci”, adică le conține pe 3 și 5 .

Observă și descoperă!

Bogdan: Am înțeles cum se poate reprezenta un interval pe axa numerelor. Dar, dacă eu hașurez ca în Figura 6, voi mai putea scrie cu ajutorul intervalelor mulțimea acestor numere reale?

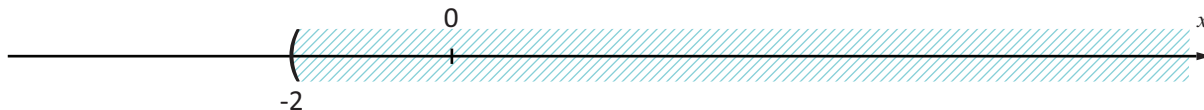


Figura 6 - Intervale de numere pe axă

Adina: Și aceste mulțimi le vom putea scrie ca intervale, dar pentru aceasta trebuie să introducem două simboluri. Este vorba de $+\infty$ (citim plus infinit) și $-\infty$ (citim minus infinit).

$+\infty$ arată nemărginirea numerelor reale în partea pozitivă a axei numerelor.

$-\infty$ arată nemărginirea numerelor reale în partea negativă a axei numerelor.

Pe axa numerelor, cele două simboluri sunt situate ca în *Figura 7*.

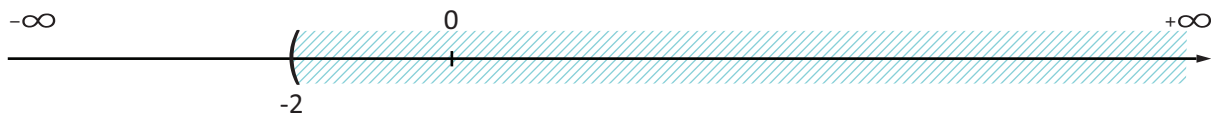


Figura 7 - Intervale de numere pe axă

10 Scrie, ca interval, mulțimea punctelor de pe axa numerelor hașurată de Bogdan: $(\dots, \dots)$.

11 Ce figură geometrică reprezintă intervalul din *Figura 7*?

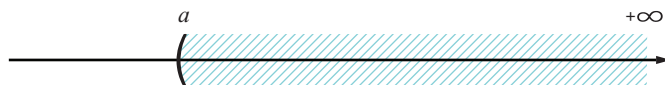


Important

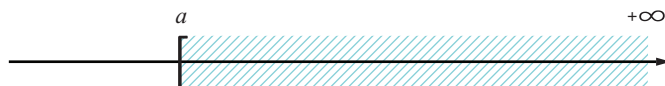
- La $+\infty$ (plus infinit) și la $-\infty$ (minus infinit) intervalul este mereu deschis, deoarece aceste simboluri nu sunt numere.

- Apar astfel următoarele tipuri de intervale:

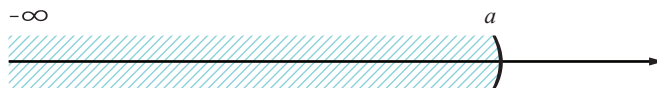
▷ „Interval deschis a , plus infinit”: $(a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x > a\}$.



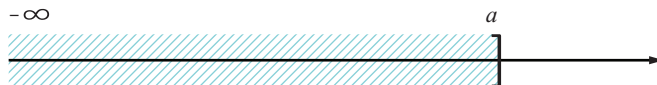
▷ „Interval închis a , plus infinit”: $[a, +\infty) = \{x \in \mathbb{R} \mid x \geq a\}$.



▷ „Interval deschis minus infinit, a ”: $(-\infty, a) = \{x \in \mathbb{R} \mid x < a\}$.



▷ „Interval închis minus infinit, a ”: $(-\infty, a] = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq a\}$.



Exemplu: Mulțimea hașurată de Bogdan se scrie ca interval $(-2, +\infty)$.

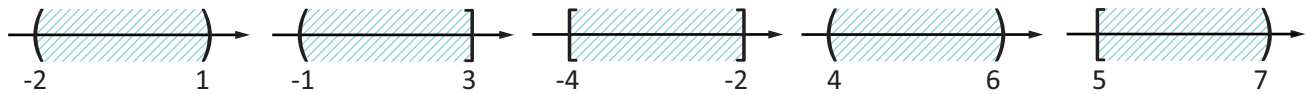
- Reprezentarea pe axa numerelor a unui interval de tipul $(a, +\infty)$ sau $(-\infty, a)$ este o semidreaptă deschisă, adică nu conține originea semidreptei.

- Reprezentarea pe axa numerelor a unui interval de tipul $[a, +\infty)$ sau $(-\infty, a]$ este o semidreaptă închisă, și atunci conține originea semidreptei.

Exersează!

12 Asociază fiecărui număr din prima linie intervalul căruia îi aparține, din linia a doua.

-2 -1 1 6



13 Stabilește care dintre afirmațiile următoare sunt adevărate (A) și care sunt false (F):

- a) $1 \in (0, 2)$; b) $-3 \in [-4, -3)$; c) $\frac{1}{3} \in (-2, 1)$; d) $\frac{5}{2} \in (1, 3)$; e) $2 \in (-\infty, 2]$.



14 Stabilește care dintre afirmațiile următoare sunt adevărate (A) și care sunt false (F):

- a) $-2 \in (-7; -2)$; b) $2\sqrt{2} \in (1,3; 2,82]$; c) $3,(6) \in \left[3,1; \frac{11}{3}\right]$; d) $0 \in (-1; 0,1]$; e) $-\sqrt{5} \in (-3; 2)$.

15 Scrie sub formă de interval sau enumerând elementele:

- | | |
|---|--|
| a) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid 2 \leq x < 4\}$; | f) $F = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x > \frac{3}{4}\right\}$; |
| b) $B = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 < x < 3\}$; | g) $G = \left\{x \in \mathbb{R} \mid x \leq -\frac{5}{9}\right\}$; |
| c) $C = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 2\}$; | h) $H = \left\{x \in \mathbb{N} \mid -3 < x \leq \frac{28}{9}\right\}$; |
| d) $D = \{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \leq x < 2\}$; | i) $I = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 \leq x \leq 2\}$; |
| e) $E = \left\{x \in \mathbb{R} \mid -\frac{2}{5} \leq x < \frac{2}{5}\right\}$; | j) $J = \{x \in \mathbb{R} \mid x \leq 17\}$. |

16 Reprezintă pe axa numerelor mulțimile:

- a) $\{x \in \mathbb{R} \mid -2,5 < x \leq -1\}$; b) $\{x \in \mathbb{R} \mid 4 \leq x \leq 7\}$; c) $\{x \in \mathbb{Z} \mid -2 \leq x \leq 3\}$; d) $\{x \in \mathbb{R} \mid x > \sqrt{7}\}$.

17 Se consideră mulțimea $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < x \leq 4\}$.

- Scrie ca interval mulțimea A .
- Reprezintă pe axa numerelor mulțimea A .
- Scrie un număr irațional din mulțimea A .
- Precizează cel mai mic număr natural din mulțimea A .



18 Portofoliu. În *Figura 8* este prezentată schița pentru ultima copertă a unui caiet și semnificația înscrisurilor de pe această copertă. Știind că acest caiet conține 100 de foi stabilește dacă masa acestui caiet, exprimată în grame, aparține intervalului $(100, 500)$.

19 Pentru paginile manualului tău de matematică s-a folosit hârtie de 70g/m^2 , iar pentru copertile lui hârtie de 200g/m^2 . Numărul de pagini ale manualului îl găsești pe pagina 2, iar dimensiunile manualului le vei măsura singur. În ce interval se află masa acestui manual, dacă se admite o abatere a gramajului de $\pm 5\%$. Verifică rezultatul obținut cu ajutorul unui cântar de bucătărie.

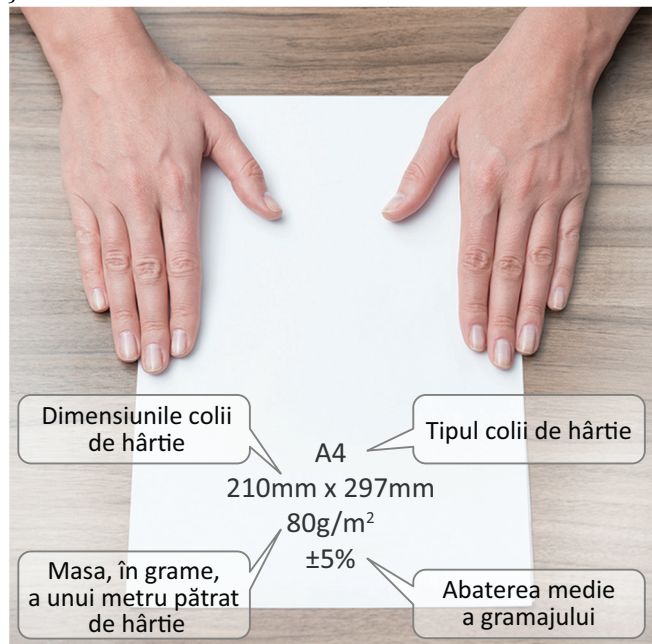


Figura 8 - Schița unei coperti de caiet

3. Intersecția și reuniunea intervalelor

Amintește-ți!

1 Folosind *Figura 9*, răspunde următoarelor cerințe:

- Serie, folosind acolade, mulțimile A și B .
- Efectuează $A \cap B$ și $A \cup B$.

Indicație: $A \cap B$ înseamnă A intersectat cu B și conține elementele comune ale mulțimilor A și B . $A \cup B$ înseamnă A reunit cu B și conține toate elementele celor două mulțimi, fără a le repeta.

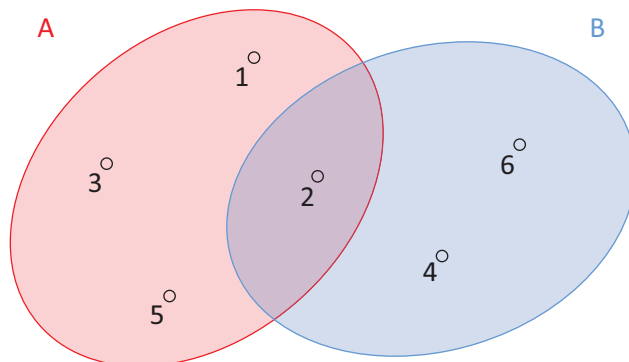


Figura 9 - Diagramele mulțimilor A și B

Observă și descoperă!

2 Victor trebuie să meargă astăzi și la școală și la bibliotecă. Observă *Figura 10* și *Figura 11* și rezolvă cerințele.



Figura 10 - Afiș program școală



Figura 11 - Afiș program bibliotecă

Programul școlii se desfășoară în intervalul orar ..., iar bibliotecă este deschisă în intervalul orar
Unde se poate afla Victor la ora 10? Dar la ora 13?

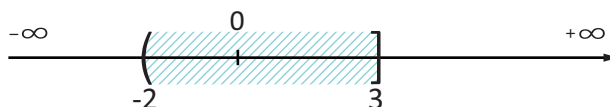
Important

- Intervalele sunt mulțimi, prin urmare și în cazul intervalelor se poate vorbi despre **intersecție** și **reuniune**.
- Intersecția a două intervale** este formată din elementele comune celor două intervale.
- Pentru a determina intersecția a două intervale este recomandată reprezentarea lor pe axa numerelor, ca în exemplul de mai jos.

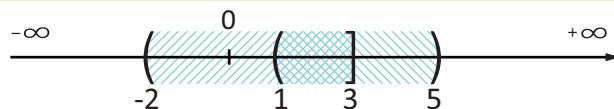
Exemplu: Să efectuăm $(-2, 3] \cap (1, 5)$.

Cum gândesc: **Pas 1.** Reprezint pe axa numerelor intervalul $(-2, 3]$ și îl hașurez înclinat spre dreapta.

Cum scriu:



Pas 2. Pe aceeași axă a numerelor reprezintă intervalul $(1, 5)$ și îl hașurează înclinat spre stânga.



Pas 3. Intersecția înseamnă elementele comune celor două intervale. În desen, partea comună este aceea în care se suprapun cele două hașurări, adică de la 1 la 3. Prin urmare, intersecția celor două intervale este „intervalul deschis la stânga, închis la dreapta, 1, 3”.

$$(-2, 3] \cap (1, 5) = (1, 3]$$

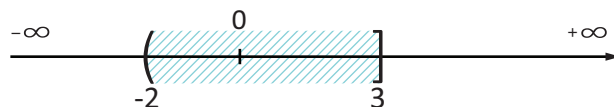
• **Reuniunea a două intervale** este formată din toate elementele celor două intervale luate o singură dată.

• Pentru a determina reuniunea a două intervale se recomandă reprezentarea lor pe axa numerelor.

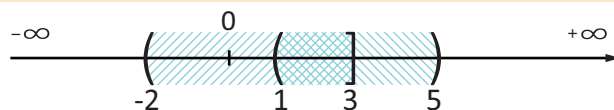
Exemplu: Să efectuăm $(-2, 3] \cup (1, 5)$

Cum gândesc: Pas 1. Reprezintă pe axa numerelor intervalul $(-2, 3]$ și îl hașurează înclinat spre dreapta.

Cum scriu:



Pas 2. Pe aceeași axă a numerelor reprezintă intervalul $(1, 5)$ și îl hașurează înclinat spre stânga.



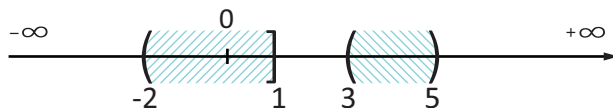
Pas 3. Reuniunea înseamnă toate elementele celor două intervale. În desen, aceasta înseamnă partea hașurată spre dreapta împreună cu partea comună și împreună cu partea hașurată spre stânga. Prin urmare, reuniunea celor două intervale este „intervalul deschis -2, 5”.

$$(-2, 3] \cup (1, 5) = (-2, 5)$$

• **Atenție!** Dacă intersecția a două intervale este mulțimea vidă, atunci reuniunea acelor intervale nu se poate scrie ca interval.

Exemplu: Deoarece $(-2, 1] \cap (3, 5) = \emptyset$ (cele două hașuri nu au elemente comune), nu putem scrie ca interval $(-2, 1] \cup (3, 5)$.

Dacă am scrie $(-2, 1] \cup (3, 5) = (-2, 5)$ ar însemna că și numărul 2 aparține reuniunii. Dar 2 nu aparține niciunuia dintre intervalele date.



Exersează!

3 În Figura 12, pe axa numerelor, unul dintre intervale este hașurat spre dreapta și celălalt interval este hașurat spre stânga.

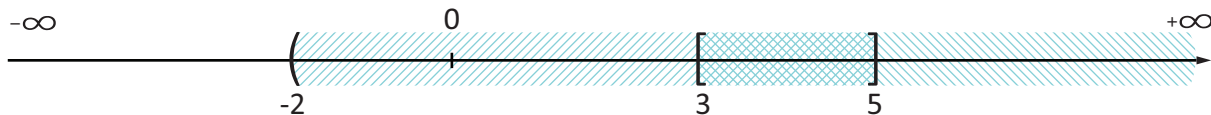


Figura 12 - Intervaie de numere pe axă

a) Care sunt cele două intervale? b) Determină reuniunea și intersecția celor două intervale.



4 Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

a) $(-\infty, -5) \cap (-7, 2] =$

A. $(-\infty, 2];$

B. $(-7, -5);$

C. $\emptyset;$

D. $(-5, 2].$

b) $(0, 8) \cup [3, +\infty) =$

A. $(0, +\infty);$

B. $[3, 8);$

C. $(8, +\infty);$

D. $(0, 3].$

c) $\left[-\frac{1}{2}, \frac{4}{5}\right] \cap \left(-1, 1\frac{2}{5}\right] =$

A. $(0, 5; 1, 2);$

B. $\left[-\frac{1}{2}, \frac{4}{5}\right);$

C. $\left(-\frac{1}{2}, \frac{4}{5}\right];$

D. $\left[-\frac{1}{2}, \frac{4}{5}\right].$

5 Efectuează:

a) $(2, 7) \cap (-3, 6];$

c) $(-\infty, 5) \cap [3, +\infty);$

e) $[-5, 11] \cup (1, 9];$

b) $[4, 8) \cup [8, +\infty);$

d) $(0, 7) \cup (-1, 10];$

f) $(-4, 8) \cap [-1, 5).]$

6 Completează spațiile punctate pentru a obține afirmații adevărate:

a) efectuând $(-2, 4) \cap (3, 6]$ obținem ;

e) efectuând $(-1, 1) \cap \mathbb{R}$ obținem ;

b) efectuând $(-5, 7) \cup (1, 6]$ obținem ;

f) efectuând $(-3, 7) \cup \mathbb{R}$ obținem ;

c) efectuând $(-7, 6] \cap \mathbb{Z}$ obținem ;

g) efectuând $[0, +\infty) \cap \mathbb{N}$ obținem ;

d) efectuând $(-4, 4) \cap \mathbb{N}^*$ obținem ;

h) efectuând $[0, +\infty) \cup \mathbb{N}$ obținem

7 Efectuează $A \cup B$ și $A \cap B$ dacă: a) $A = (-9, 10)$ și $B = [-10, 9)$; b) $A = \{-4, 3\}$ și $B = (-4, 3)$;

c) $A = \left[-\frac{3}{2}, 2\right]$ și $B = (-1, \sqrt{5}]$; d) $A = (-\infty, -\sqrt{2}]$ și $B = [-\sqrt{3}, 7)$.



8 Maria vrea să meargă la cabinetul medical și la cabinetul stomatologic pentru un control de rutină. În Figura 13 sunt afișate programele celor două cabinete. Consultându-și programul din săptămâna următoare, constată că cea mai bună zi pentru mersul la control este miercuri.



Figura 13 - Program cabinete medicale

a) În ce interval orar sunt deschise ambele cabinete, miercuri?

b) Dacă fiecare control durează două ore, iar drumul între cele două cabinete durează o oră, care este ultima oră la care Maria poate intra la unul dintre cabinete astfel încât să fie sigură că poate efectua și celălalt consult în aceeași zi?

9 Ioana lucrează în Iași, România, de luni până vineri, de la ora 8:00 până la ora 17:00, cu o pauză de masă în intervalul orar 13:00 – 14:00. Răzvan locuiește în Bilbao, Spania, unde lucrează de luni până vineri, de la ora 9:00 la 18:30, cu o pauză de masă în intervalul orar 13:30 – 15:00. Se știe că, dacă în Iași ora este 15:00, atunci în Bilbao este ora 14:00. a) Câte ore pe zi lucrează cei doi în același timp? b) Care sunt porțiunile din intervalul orar 7:00 – 20:00, din România, când Ioana l-ar putea contacta pe Răzvan, astfel încât acesta să nu fie în timpul programului de muncă?

4. Inecuații de forma $ax + b \geq 0$ ($\leq, <, >$), unde $a, b \in \mathbb{R}$

Observă și descoperă!

1 Cristina are în pușculiță 230 de lei. Ea își propune să pună în pușculiță, săptămânal, aceeași sumă de bani, astfel încât, după 6 săptămâni, în pușculiță să fie o sumă de bani cel puțin egală cu 1 050 de lei.

Ajut-o pe Cristina să transforme această problemă într-o relație matematică, răspunzând la întrebările următoare:

a) Dacă notăm cu x suma de bani pe care Cristina o economisește în fiecare săptămână, care este suma totală pe care o va economisi în 6 săptămâni?

b) Cum poți exprima, cu ajutorul lui x , suma totală de bani pe care o va avea în pușculiță după 6 săptămâni?

c) Cum scrii în limbaj matematic afirmația: „numărul A este cel puțin egal cu 1 050”?

d) Scrie relația care modelează problema dată, utilizând rezultatele de la punctele anterioare.

Relația la care ar trebui să ajungi este $6x + 230 \geq 1\,050$. Această relație se numește inecuație.



Important

• **Inecuația** este o inegalitate care conține unul sau mai mulți termeni necunoscuți și care este adevărată numai pentru anumite valori ale necunoscutelor.

$ax + b \geq 0, \quad x \in A$

Labels in the diagram:
- **necunoscută** (red) points to a .
- **coeficientul necunoscutei** (black) points to a .
- **termen liber** (blue) points to b .
- **mulțimea în care necunoscuta ia valori** (green) points to A .

• În locul semnului $\geq$ putem avea $\leq, <$ sau $>$.

Exemple:

$6x + 230 \geq 1\,050$, cu $x \in \mathbb{Z}$; $3x - 2 \leq 5$, cu $x \in \mathbb{R}$; $-3x + 2 > 10$ (dacă nu este specificată mulțimea căreia îi aparține x , atunci se consideră că este mulțimea numerelor reale).

• Numim **soluție a unei inecuații** un număr care pus în locul necunoscutei face ca inegalitatea să fie adevărată.

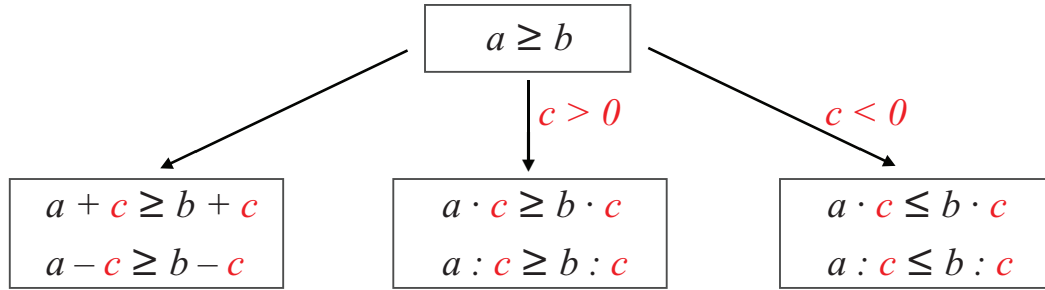
Exemple:

Numărul 2 este soluție a inecuației $3x - 2 \leq 5$, deoarece afirmația $3 \cdot 2 - 2 \leq 5$ este adevărată ($4 \leq 5$).
Numărul 3 nu este soluție a inecuației $3x - 2 \leq 5$, deoarece afirmația $3 \cdot 3 - 2 \leq 5$ este falsă ($7 > 5$).

• **A rezolva o inecuație** înseamnă să scriem mulțimea soluțiilor inecuației.



- Pentru a rezolva o inecuație trebuie să cunoaștem relația dintre inegalitate și operațiile aritmetice.



adun sau scad, în ambii membri ai inegalității, aceeași cantitate

înmulțesc sau împart ambii membri ai inegalității cu același număr pozitiv

înmulțesc sau împart ambii membri ai inegalității cu același număr negativ

Exemplu: $5 > 3 \xrightarrow{+4} 9 > 7$

$5 > 3 \xrightarrow{\cdot 2} 10 > 6$

$5 > 3 \xrightarrow{\cdot (-3)} -15 < -9$

- Cum resolv inecuația $ax + b \geq 0$, unde $a, b \in \mathbb{R}$, $a \neq 0$?

Cum gândesc: Pas 1. Am de rezolvat inecuația „ ax plus b mai mare sau egal cu zero”.

Cum scriu: $ax + b \geq 0$

Pas 2. Trec termenul liber în membrul drept, scăzând din ambii membri b .

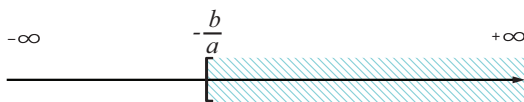
$$\begin{aligned} ax + b &\geq 0 \mid -b \\ ax &\geq -b \end{aligned}$$

Pas 3. Împart ambii membri prin coeficientul necunoscutului și țin cont dacă este pozitiv sau negativ.

$$\begin{aligned} ax &\geq -b \mid :a \\ \text{Dacă } a > 0 \text{ obținem } x &\geq -\frac{b}{a}. \text{ Dacă } a < 0 \text{ obținem } x \leq -\frac{b}{a}. \end{aligned}$$

Pas 4. Scriu mulțimea soluțiilor inecuației folosindu-mă de axa numerelor.

- Pentru $a > 0$ avem



și $x \in \left[-\frac{b}{a}, +\infty \right)$

- Pentru $a < 0$ avem



și $x \in \left(-\infty, -\frac{b}{a} \right]$

2 Problemă rezolvată: Să resolvăm inecuațiile: a) $3 - 2x \leq 7$, $x \in \mathbb{R}$; b) $\frac{x-1}{3} + \frac{1}{2} > \frac{5x-1}{6}$, $x \in \mathbb{R}$.

Soluție: a)

Cum gândesc: Pas 1. Termenul liber din membrul stâng trebuie mutat în membrul drept. Pentru aceasta scad, în ambii membri, 3.

Cum scriu: $3 - 2x \leq 7 \mid -3 \iff -2x \leq 7 - 3$

Pas 2. Efectuez calculele în membrul drept.

$$-2x \leq 4$$

Pas 3. Împart inecuația prin coeficientul necunoscutei. Deoarece acesta este negativ, în urma împărțirii, se va schimba sensul inegalității.

$$-2x \leq 4 \mid : (-2) \iff x \geq -2$$

Pas 4. Reprezint pe axa numerelor numerele reale mai mari sau egale cu -2 .



Pas 5. Scriu mulțimea soluțiilor inecuației. Intervalul este închis la -2 deoarece avem „mai mare sau egal”. Dacă aveam semnul „mai mare”, atunci era interval deschis.

$$x \in [-2, +\infty)$$

b) $\frac{x-1}{3} + \frac{1}{2} > \frac{5x-1}{6}, x \in \mathbb{R}.$

Cum gândesc: Pas 1. Inecuația trebuie adusă la forma $ax + b \geq 0$ sau cu $\leq, >, <$. Pentru aceasta procedez la fel precum în cazul ecuațiilor.

Mai exact, elimin numitorii, aducând toți termenii la același numitor și, apoi, înmulțind inecuația cu numitorul comun. Aici numitorul comun este 6.

Cum scriu: $\frac{2}{2} \frac{x-1}{3} + \frac{3}{3} \frac{1}{2} > \frac{5x-1}{6} \iff \frac{2(x-1)}{6} + \frac{3}{6} > \frac{5x-1}{6} \mid \cdot 6 \iff 2(x-1) + 3 > 5x-1$

Pas 2. Desființez paranteza.

$$2x - 2 + 3 > 5x - 1$$

Pas 3. Aduc toți termenii în membrul stâng. Termenii care trec peste „>” își vor schimba semnul.

$$2x - 2 + 3 - 5x + 1 > 0$$

Pas 4. Efectuez calculele în membru stâng.

$$-3x + 2 > 0$$

Pas 5. Rezolv această inecuație și reprezint soluțiile pe axa numerelor reale.

$$-3x + 2 > 0 \iff -3x > -2 \mid : (-3) \iff x < \frac{2}{3} \iff x \in \left(-\infty, \frac{2}{3}\right)$$



Exersează!



3 Asociază fiecărui grup de numere, din prima linie, inecuațiile, din linia a doua, pentru care aceste numere sunt soluții.

1 și 2

-3 și -5

2 și 4

6 și 8

$$x + 3 \leq 1$$

$$3 - x < 2$$

$$2x - 3 \leq 1$$

$$x - 2 \geq 3$$

$$3x - 28 > -1$$

4 Reprezintă pe axa numerelor soluțiile inecuațiilor, unde x este număr real:

- a) $x \leq -3$; b) $x > 2$; c) $x \geq \frac{3}{2}$; d) $x < 0$; e) $x + 3 < 1$; f) $2x - 1 < 7$.

5 Încercuiește varianta corectă pentru intervalul care reprezintă mulțimea soluțiilor inecuației:

a) $2x + 3 \leq 5, x \in \mathbb{R}$

A. $(-\infty, 0)$

B. $[0, +\infty)$

C. $(-\infty, 1]$

D. $(-\infty, 4]$

b) $3x - 4 > -2, x \in \mathbb{R}$

A. $(2, +\infty)$

B. $\left(\frac{2}{3}, +\infty\right)$

C. $(-2, +\infty)$

D. $\left(-\infty, \frac{2}{3}\right)$

c) $-x + 6 \geq 9, x \in \mathbb{R}$

A. $[-3, +\infty)$

B. $(-\infty, -3]$

C. $(15, +\infty)$

D. $[3, +\infty)$

d) $-2x - 7 < -3, x \in \mathbb{R}$

A. $(-2, +\infty)$

B. $(-\infty, -2)$

C. $(-5, +\infty)$

D. $(+\infty, -5)$

6 Completează spațiul punctat pentru a obține o afirmație adevărată. Mulțimea soluțiilor inecuației $3x - 7 \leq 2, x \in \mathbb{R}$ este intervalul

7 Completează spațiul punctat pentru a obține o afirmație adevărată. Numerele întregi care verifică inecuația $|x| \leq 4$ sunt

8 Scrie A, dacă afirmația este adevărată sau F, dacă afirmația este falsă.

Dacă $x \in \mathbb{R}$, atunci:

a) $x \leq 2 \Leftrightarrow x \in (-\infty; 2]$;

b) $-x + 1 < 5 \Leftrightarrow x \in (4; +\infty)$;

c) $-x < 7 \Leftrightarrow x \in (7; +\infty)$;

d) $|5x + 2| \leq 0 \Leftrightarrow x \in \left\{-\frac{2}{5}\right\}$.

9 Determină toate numerele reale care, micșorate cu 3, nu îl depășesc pe 12.

10 Determină toate numerele reale care, mărite cu 3, îl depășesc pe 12.

11 Determină numerele reale pentru care triplul lor mărit cu 40 este cel mult 130.

12 Determină numerele reale pentru care sfertul lor micșorat cu 20 este cel puțin egal cu jumătatea lor.

13 Determină numerele naturale a căror treime micșorată cu 2 este cel mult egală cu cincimea lor.

14 Rezolvă următoarele inecuații:

a) $x + 2 > 5$, cu $x \in \mathbb{R}$;

b) $x + 4 > 3$, cu $x \in \mathbb{R}$;

c) $-x + 2 \leq 3$, cu $x \in \mathbb{R}$;

d) $x + 2 \leq 7$, cu $x \in \mathbb{N}$;

e) $2x - 3 \geq 5$, cu $x \in \mathbb{R}$;

f) $x + 2 > 5x - 6$, cu $x \in \mathbb{R}$;

g) $3x - 1 > 5 - 3x$, cu $x \in \mathbb{R}$;

h) $2x + 2 \leq 5x - 1$, cu $x \in \mathbb{R}$;

i) $x + 2 > 5x - 6$, cu $x \in \mathbb{N}$;

j) $\frac{x+2}{3} + \frac{x-1}{2} > 5$, cu $x \in \mathbb{R}$;

k) $\frac{x}{4} + \frac{2-x}{6} > \frac{5x}{12} - 1$, cu $x \in \mathbb{R}$.

Observ!

Lista mea de verificare	Da	Nu
Am separat corect termenii?		
Am efectuat corect calculele?		
Am adus corect la același numitor?		
Am împărțit corect prin coeficientul lui x ?		
Am scris corect soluția?		

15 Problemă rezolvată: Determină mulțimea soluțiilor inecuației $\frac{-2}{x+3} \geq 0$.

Soluție:

Cum gândesc: Pas 1. Numărătorul (-2) este un număr negativ. Mă întreb: „Ce semn trebuie să aibă numitorul $(x+3)$ pentru ca fracția să fie pozitivă (≥ 0) ?”

Evident, semnul minus, deoarece, la împărțire $(-):(-)=(+)$. Așadar, inecuația dată este echivalentă cu $x+3 < 0$ (nu pun $\leq$ deoarece numitorul unei fracții nu poate fi zero).

Cum scriu: Deoarece $-2 < 0$, $\frac{-2}{x+3} \geq 0 \Leftrightarrow x+3 < 0$.

Pas 2. Rezolv inecuația $x+3 < 0$.

$$x+3 < 0 \Leftrightarrow x < -3 \Rightarrow x \in (-\infty, -3)$$



16 Rezolvă inecuațiile:

a) $\frac{3}{x-4} > 0$, cu $x \in \mathbb{R}$; b) $\frac{-3}{2x+4} \leq 0$, cu $x \in \mathbb{R}$; c) $\frac{6}{5x-15} \leq 0$, cu $x \in \mathbb{N}$.

17 Problemă rezolvată: Determină numerele reale x pentru care $|x| \leq 3$.

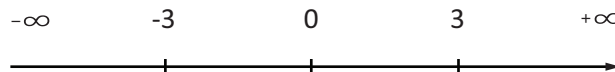
Soluție:

Cum gândesc: Pas 1. Îmi amintesc că modulul unui număr real reprezintă, pe axa numerelor, distanța de la origine până la punctul corespunzător numărului.

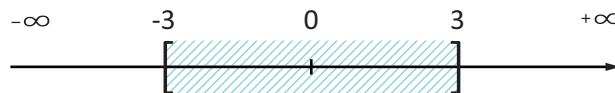
Inecuația $|x| \leq 3$ o putem citi „distanța de la origine până la punctul corespunzător numărului x este mai mică sau egală cu 3”.

Desenez o axă a numerelor și pe ea trec punctele corespunzătoare numerelor 3 și -3 .

Cum scriu:



Pas 2. Punctele corespunzătoare numerelor x care sunt soluții ale inecuației $|x| \leq 3$ se vor găsi pe segmentul cu capetele în punctele corespunzătoare numerelor 3 și -3 .



Pas 3. Așadar, inecuația $|x| \leq 3$ este echivalentă cu $-3 \leq x \leq 3$, soluția fiind intervalul închis de la -3 la 3.

$$x \in [-3, 3]$$

Pas 4. Concluzie:

Din exemplul de mai sus deducem că dacă $a \geq 0$, atunci $|x| \leq a \Leftrightarrow -a \leq x \leq a$, de unde obținem $x \in [-a, a]$.

18 Rezolvă, în mulțimea numerelor reale, inecuațiile:

- a) $|x| \leq 6$; b) $|x + 5| < 0$; c) $|2x + 1| \leq 3$; d) $|-x + 4| \leq 0$; e) $|3x - 2| < 1$.

19 Portofoliu. Determină mulțimile:

$$A = \{x \in \mathbb{R} \mid 5x - 8 \geq 2x + 3\}; B = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{2x + 3}{5} < 1\right\}; C = \{x \in \mathbb{R} \mid |x + 1| < \sqrt{5}\}.$$

20 Rezolvă inecuațiile:

- a) $|x + 1| \leq 3, x \in \mathbb{Z}$; e) $1 - |x + 2| < 5, x \in \mathbb{R}$;
b) $|2x - 1| < 5, x \in \mathbb{Z}$; f) $3 + 2|x - 2| \leq 5, x \in \mathbb{R}$;
c) $|3x - 2| < 1, x \in \mathbb{Z}$; g) $5 - |x - 4| \leq 3, x \in \mathbb{R}$;
d) $||x + 3| - 2| < 7, x \in \mathbb{Z}$; h) $|3x - 1| + 2 < -6, x \in \mathbb{R}$.

21 Determină mulțimile:

- a) $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -5 < 2x + 7 \leq 3\}$;
b) $B = \left\{x \in \mathbb{R} \mid \frac{-5}{2x + 4} \geq 0\right\}$;
c) $C = \{x \in \mathbb{R} \mid |2x - 3| > 11\}$.

22 Rezolvă inecuațiile:

- a) $x + 2 > 3$ și $-2x + 1 > -9$; d) $\frac{3x + 1}{4x - 3} \geq 0$;
b) $3x - 1 < 11$ și $2x + 3 > 5$; e) $\frac{1}{x + 2} < 3$;
c) $\frac{2x - 1}{3x + 2} \leq 0$; f) $\frac{x + 3}{x + 2} \geq 14$.

23 Se știe că $\sqrt{a}$ este definit (are sens) numai dacă $a \geq 0$. Determină, după model, valorile lui x pentru care următorii radicali sunt definiți:

- a) $\sqrt{x - 2}$; e) $\sqrt{\frac{3}{x + 2}}$;
b) $\sqrt{3x - 5}$; f) $\sqrt{\frac{2}{5 - x}}$;
c) $\sqrt{2 - x}$; g) $\sqrt{\frac{-3}{x + 5}}$;
d) $\sqrt{4 - 2x}$; h) $\sqrt{\frac{-2}{3 - x}}$.

Model: Pentru ca $\sqrt{x - 2}$ să fie definit trebuie ca $x - 2 \geq 0$, de unde $x \geq 2$, adică $x \in [2, +\infty)$.

Autoevaluare

Completează enunțurile de mai jos, gândindu-te la lecția încheiată.

- a) Prin rezolvarea exercițiilor am învățat
b) În rezolvarea exercițiilor am avut dificultăți la
c) Cred că mi-aș îmbunătăți performanța dacă
d) Cred că activitatea mea poate fi apreciată cu nota

5. Recapitulare

- 1** a) Scribe mulțimea cifrelor numărului 13526435.
b) Scribe mulțimea literelor din care este alcătuit cuvântul *colosal*.
- 2** Scribe următoarele mulțimi folosind o proprietate comună a elementelor lor:
a) $A = \{1, 2, 4, 8, 16, 32\}$; b) $B = \{1, 2, 2^2, 2^3, 2^4, \dots, 2^{100}\}$; c) $C = \{16, 25, 36, 49, 64, 81, 100, 121, 144\}$.
- 3** Stabilește care dintre următoarele afirmații sunt adevărate sau false:
a) $\{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ este număr prim}\} \subset \mathbb{N}$; b) $\{x \in \mathbb{N} \mid x < 10^{10}\} \subset \{x \in \mathbb{N} \mid x < 5^5\}$.
- 4** Se consideră mulțimea $M = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ este divizibil cu } 9\}$.
Scribe, pe caiet, numai afirmațiile adevărate.
a) $456 \in M$; b) $324 \in M$; c) $5346 \in M$; d) $2681 \in M$; e) $123\,456\,789 \in M$.



- 5** Asociază mulțimii din coloana **A** mulțimea corespunzătoare din coloana **B**:

A

- i) $\{x \in \mathbb{N} \mid 3 \leq x \leq 9\}$
- ii) $\{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 9\}$
- iii) $\{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 9, x : 3\}$
- iv) $\{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 3, x : 9\}$

B

- 1. $\{0\}$
- 2. $\{3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$
- 3. $\emptyset$
- 4. $\{0, 3, 6, 9\}$
- 5. $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$

- 6** Determină elementele următoarelor mulțimi:

a) $A = \left\{x \in \mathbb{N} \mid \frac{3}{x+2} \in \mathbb{Z}\right\}$; b) $B = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{3}{x+2} \in \mathbb{N}\right\}$; c) $C = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{3}{x+2} \in \mathbb{Z}\right\}$.

- 7** Completează spațiul punctat pentru a obține o afirmație adevărată.

Cardinalul mulțimii $A = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid \frac{15}{2x+3} \in \mathbb{N}\right\}$ este egal cu



- 8** Reprezintă pe axa numerelor intervalele:

a) $(-3, 3)$; b) $[-1, 3]$; c) $[-2, \infty)$; d) $(0, 4]$; e) $[-2, 2)$; f) $(-\infty, -1]$; g) $\left(-\frac{1}{2}, \frac{3}{2}\right]$; h) $[-\sqrt{2}, +\sqrt{2}]$.

- 9** Stabilește care dintre afirmațiile următoare sunt adevărate și care sunt false.

a) $2\sqrt{3} \in (0, 4)$; b) $\sqrt{7} \in [1, 2]$; c) $-1,3 \in \left(-\infty, -\frac{3}{2}\right]$; d) $-\sqrt{2} \in (-2, 2)$.

- 10** Completează spațiile punctate pentru a obține afirmații adevărate. Scrisă sub formă de interval, mulțimea $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -1 \leq x < 3\}$ este egală cu

- 11** Se consideră mulțimea $A = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 \leq x < 3\}$.

- a) Scribe ca interval mulțimea A .
- b) Reprezintă pe axa numerelor reale mulțimea A .
- c) Scribe două numere raționale din mulțimea A .
- d) Scribe două numere iraționale din mulțimea A .
- e) Calculează $A \cup \mathbb{R}$ și $A \cap \mathbb{Z}$.
- f) Precizează care este cel mai mare număr natural din mulțimea A .

12 Calculează, folosind reprezentarea pe axa numerelor, $I_1 \cap I_2$; $I_1 \cup I_2$ dacă:

a) $I_1 = (-5; 4)$ și $I_2 = [-3; 3)$;

c) $I_1 = (-\sqrt{3}; 2)$ și $I_2 = (-1, 7; \sqrt{2}]$;

b) $I_1 = [-1; +\infty)$ și $I_2 = (-1; 6)$;

d) $I_1 = \left[-\frac{3}{4}; \frac{1}{2}\right]$ și $I_2 = \left(-1; \frac{4}{5}\right]$.

13 Efectuează:

a) $[-1, 2) \cup \{2\}$;

c) $[-2, 3] \cup \{3\}$;

e) $(-1, 1) \cup \{-1, 1\}$;

b) $[-1, 2) \cap \{2\}$;

d) $[-2, 3] \cap \{3\}$;

f) $(-1, 1) \cap \{-1, 1\}$.

14 Rezolvă, în mulțimea numerelor reale, inecuațiile:

a) $4x - 3 > -5$;

d) $\frac{x-1}{2} - \frac{3x-2}{4} < -\frac{5}{2}$;

b) $4 - 2x > 6$;

e) $\frac{1-x}{2} + \frac{2-x}{3} \geq \frac{5}{6}$.

c) $\frac{x}{2} - 1 \geq 3$;

15 Rezolvă, în mulțimea numerelor reale, inecuațiile:

a) $|2x + 1| \leq 3$; b) $|x - 3| \leq 2$; c) $|2 - x| \leq 4$; d) $|x - 5| \leq 0$; e) $|3 - x| < -2$.

16 Problemă rezolvată: Se consideră numerele reale a, b, c, d astfel încât $b < a < d < c$.
Efectuează $(b, c) \cap [a, d]$ și $(b, d) \cup (a, c]$.

Soluție:

Cum gândesc: Pas 1. Reprezint, pe axa numerelor, cele patru numere ținând cont că dintre două numere, numărul mai mare se află totdeauna în dreapta.

Cum scriu:



Pas 2. Efectuez intersecția, folosind reprezentarea pe axă.



Pas 3. Scriu soluția problemei.

$$(b, c) \cap [a, d] = [a, d]$$

Pas 4. Efectuez reuniunea, folosind reprezentarea pe axă.



Pas 5. Scriu soluția problemei.

$$(b, d) \cup (a, c] = (b, c]$$

6. Evaluare

Timpul de lucru este de 45 de minute. Se acordă 10p din oficiu.

(15p) **1** Completează spațiile punctate pentru a obține afirmații adevărate.

- a) Se consideră mulțimea $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \text{ se divide cu } 3\}$. Dintre numerele 43 și 24, cel care aparține mulțimii A este
- b) Cel mai mare număr natural din intervalul $(-1, 3)$ este egal cu
- c) Cel mai mic număr întreg din intervalul $[-2, 3)$ este egal cu

(10p) **2** Încercuiește răspunsul corect. Dintre numerele -1 , 1 , 2 și 3 , soluție pentru inecuația $x + 2 > 4$ este numărul:

- A) -1 ; B) 1 ; C) 2 ; D) 3 .

(5p) **3** Reprezintă pe axa numerelor intervalul $(-5, 2]$.

(10p) **4** Efectuează, folosind reprezentarea pe axa numerelor:

- a) $(-1, 5) \cap [2, 9)$;
- b) $(-2, 3) \cup [1, 5)$.

(10p) **5** Scrie ca interval mulțimea $M = \{x \in \mathbb{R} \mid -3 < 2x + 1 \leq 7\}$.

(10p) **6** Care dintre afirmațiile de mai jos sunt adevărate și care sunt false?

- a) $2,5 \in (1, 3)$; b) $\sqrt{3} \in [1, 2)$;
- c) $-\sqrt{5} \in [-2, 0]$; d) $\sqrt{130} \in (11, 12)$.

(10p) **7** Rezolvă, în mulțimea numerelor reale, inecuația $|2x - 3| \leq 5$.

(10p) **8** Determină valorile reale ale lui x pentru care $\frac{-5}{2x+4} \geq 0$.

(10p) **9** Ordonează crescător numerele a , b , c , d , știind că $(a, c) \cap (d, b) = (a, c)$.

Observ!

Bifează răspunsul care ți se potrivește, gândindu-te la această unitate de învățare. Folosește această fișă de observare pe măsură ce parcurgi unitățile de învățare.

Comportamentul	Niciodată	Uneori	Deseori	Întotdeauna
Am participat cu interes la lecții.				
Am respectat instrucțiunile.				
Am finalizat sarcinile.				
Mi-am spus părerea.				
Când am greșit am vrut să aflu cum pot să corectez.				
Am cerut ajutor când am avut nevoie.				

7. Exersezi și progresezi

1 Completează spațiul punctat pentru a obține o afirmație adevărată. Mulțimea vocalelor din cuvântul *matematica* este

2 Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

Dacă $M = \{3, 6, 9, 12, 15\}$, atunci M se poate scrie:

A. $\{x \in \mathbb{N} \mid 15 \vdots x\}$; B. $\{x \in \mathbb{N} \mid x \vdots 3\}$; C. $\{x \in \mathbb{N} \mid 3 \leq x \leq 15\}$; D. $\{x \in \mathbb{N}^* \mid x \vdots 3, x \leq 15\}$.

3 Completează spațiile punctate pentru a obține afirmații adevărate.

a) Un element al mulțimii $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 24 \vdots x\}$ este

b) Cel mai mare număr natural din intervalul $(-3, 2)$ este

c) Cel mai mic număr natural din intervalul $(-4, 4)$ este

d) Cel mai mic număr întreg din intervalul $(-5, 3)$ este

e) Mulțimea $C = \{x \in \mathbb{R} \mid -2 < 3x + 1 \leq 10\}$ scrisă sub formă de interval este

f) O soluție a inecuației $4 - x > 3$ este

g) Unicul număr întreg din intervalul $[\sqrt{3}, \sqrt{5}]$ este

4 Stabilește care afirmații sunt false și care sunt adevărate:

a) $-1 \in (0, 1)$;

b) $2 \in (1, 3)$;

c) $-5 \in [-5, 4)$;

d) $-1 \in (-\infty, 2)$.

 **5** Reprezintă pe axa numerelor reale următoarele intervale:

a) $(-3, -2]$;

b) $[-2, 2]$;

c) $\left(-1, \frac{2}{3}\right]$;

d) $[1, +\infty)$;

e) $(-\infty, 2]$.

6 Efectuează, folosind reprezentarea pe axa numerelor:

a) $(-1, 4] \cap (2, 5]$;

b) $(-1, 1) \cap [-1, 2]$;

c) $(-3, 3) \cup [-2, 4]$;

d) $[-2, 1) \cup (-1, 2]$.

7 Notează cu A, dacă afirmația este adevărată și cu F, dacă este falsă. Dacă $x \in \mathbb{R}$, atunci:

a) $x \geq 1 \Leftrightarrow x \in (-\infty, 1]$;

c) $2x > 2 \Leftrightarrow x \in (-\infty, 1]$;

b) $x + 3 \geq 4 \Leftrightarrow x \in (1, +\infty)$;

d) $2x - 2 \leq 0 \Leftrightarrow x \in (-\infty, 1)$.

8 Determină toate numerele reale care mărite cu 10 depășesc numărul 30.

9 Determină toate numerele reale pentru care dublul lor mărit cu 32 este mai mic decât 2^7 .

10 Determină toate numerele reale pentru care dublul lor mărit cu 2 este cel mult egal cu triplul lor.

11 Într-un cartier, sunt unul lângă altul trei magazine, un magazin alimentar deschis în intervalul orar 8:00 - 20:00, un magazin de articole sportive deschis în intervalul orar 10:00 - 18:00 și o librărie deschisă în intervalul orar 9:00 - 16:00.

În ce interval orar se pot face cumpărături din toate cele trei magazine, la o singură ieșire din casă?

12 Rezolvă, în mulțimea numerelor reale, următoarele inecuații:

a) $|3x - 2| \leq 5$;

c) $|8x - 6| \leq 2$;

b) $|7x - 6| \leq 13$;

d) $|5x - 7| \leq 12$.

13 Determină valorile reale ale lui x pentru care:

a) $\frac{3}{x+2} \geq 0$; b) $\frac{-2}{2x-4} \geq 0$; c) $\frac{-3}{5x-1} \leq 0$; d) $\frac{x^2}{3-2x} \leq 0$.

14 Determină numerele reale a și b dacă:

a) $(-2, a] \cup [b, 4) = [-2, 4]$; b) $\left[a, \frac{5}{6}\right) \cup \left(-\frac{1}{2}, b\right] = \left[-\frac{1}{2}, \frac{5}{6}\right]$; c) $[a, b] \cup (5, 7) = [5, 7]$.

15 Ordonează crescător numerele reale a , b , c și d în următoarele situații:

a) $(a, c) \cap (b, d) = (a, d)$;

b) $[a, b] \cap [c, d] = [a, b]$;

c) $(a, b) \cup [d, c] = (a, c]$.

16 Portofoliu. Pentru fiecare număr natural nenul n , definim intervalul $I_n = \left[\frac{1}{2n}, \frac{1}{n}\right]$.

a) Calculează $I_1 \cap I_2$; $I_2 \cap I_3$; $I_3 \cap I_4$;

b) Calculează $I_1 \cup I_2 \cup I_4$;

c) Arată că pentru orice n număr natural nenul $I_n \cap I_{n+1} \neq \emptyset$.

17 Scrie sub formă de interval mulțimea soluțiilor inecuațiilor:

a) $|3x - 1| \leq 2$; b) $-\frac{1}{2} \leq \frac{2x+1}{3}$; c) $|x - 2\sqrt{2}| \leq \sqrt{8}$; d) $\frac{-x+5}{-3} \geq 0$.

18 Rezolvă, în $\mathbb{R}$, inecuațiile: a) $\frac{4}{2-x} \leq 0$; b) $\frac{-2}{3x+1} \geq 0$; c) $\frac{x^2}{4-2x} \geq 0$; d) $\frac{x^2+1}{x-1} \leq 0$.

19 Determină toate valorile reale ale lui x pentru care următorii radicali sunt definiți:

a) $\sqrt{x-1}$;

d) $\sqrt{\frac{2}{2-x}}$;

b) $\sqrt{3x+2}$;

e) $\sqrt{\frac{x^2+1}{1-x}}$.

c) $\sqrt{7x-6}$;

20 Rezolvă inecuațiile și scrie mulțimea soluțiilor sub formă de interval:

a) $x^2 \leq 4$;

c) $(-x+3)^2 \leq 16$;

b) $(2x+3)^2 \leq 9$;

d) $(3x-1)^2 < 25$.

21 Petra scrie un număr natural din intervalul $(2, 15)$. Dragoș scrie un număr natural din intervalul $[13, 23]$, iar Anastasia scrie un număr natural din intervalul $(1, 14)$. Care este probabilitatea ca toți trei să scrie același număr natural?

22 Mulțimile date printr-o proprietate a elementelor au aplicabilitate pe Internet. Filtrele motoarelor de căutare de pe Internet sunt, de fapt, proprietăți ale elementelor unei mulțimi.

Să presupunem că dorești să achiziționezi de pe Internet un laptop cu un display cuprins între 13 și 13,9 inch, fără ecran tactil, la un preț mai mic de 7 000 de lei.

a) Alege două magazine virtuale în care poți cumpăra acest tip de produs și notează-ți pe caiet câte laptopuri erau inițial în categoria laptopuri, câte erau după introducerea dimensiunii ecranului, apoi câte au mai rămas după ce ai introdus și condiția să nu aibă un ecran tactil, iar în final câte laptopuri au rămas în căutarea ta după ce ai introdus și limita de preț.

b) Compară rezultatele obținute pentru fiecare magazin virtual.

UNITATEA

3

Calcul algebric în $\mathbb{R}$. Operații cu numere reale reprezentate prin litere



1. Operații cu numere reale exprimate prin litere (adunare și scădere); reducerea termenilor asemenea

Observă și descoperă!



1 Pentru a arăta cum putem exprima perimetrul sau aria unei figuri geometrice, în funcție de lungimile diferitelor elemente luate în calcul, folosim litere.

Completează spațiile punctate pentru a determina perimetrul sau aria corespunzătoare fiecărei figuri geometrice din *Figura 1*.

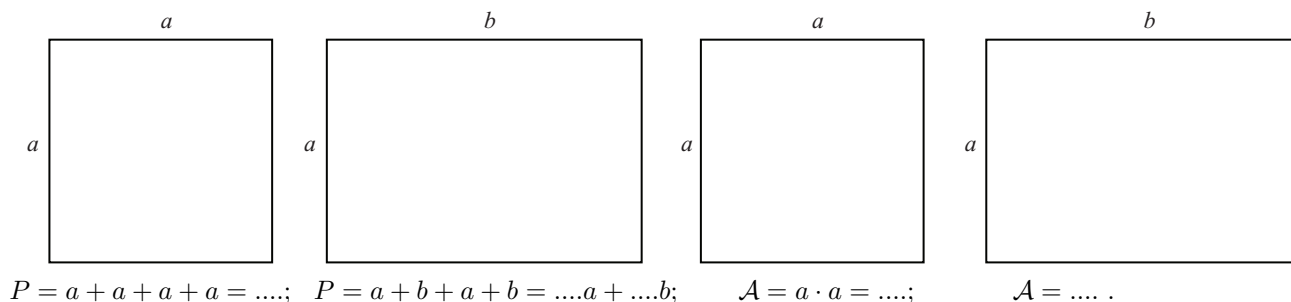


Figura 1 – Perimetrul și aria pătratului și dreptunghiului

2 Dacă vrem să scriem că un număr natural n este multiplu al lui 3, cel mai simplu este să scriem $n = 3k$, înțelegând prin aceasta $n = 3 \cdot k$, unde k este un număr natural, deoarece un multiplu de 3 se împarte exact la 3, adică dă restul 0 la împărțirea cu 3.

Cum vei scrie că un număr natural este multiplu al lui 5?

3 Pentru a evidenția faptul că o sumă de bani se dublează vom scrie $2x$, unde x reprezintă suma inițială de bani. Cum vei scrie că un număr real s-a mărit de patru ori?

4 Pentru a sugera că am luat o treime dintr-un număr natural vom scrie $\frac{1}{3}x$, unde x reprezintă numărul inițial. Cum vei scrie că un număr real s-a micșorat cu 5?

5 Pentru a exprima suma de bani care trebuie plătită pentru 2 kg de mere și 3 kg de pere vom scrie $S = 2x + 3y$, unde x reprezintă prețul unui kilogram de mere și y reprezintă prețul unui kilogram de pere. Modul de calcul al lui S rămâne același, indiferent de preț.

Cum vei scrie suma de bani pe care ar trebui să o plătești pentru 4 caiete și 3 creioane?



Important

- Uneori numerele reale se pot exprima și cu ajutorul literelor. Literele țin locul unor numere a căror valoare este necunoscută.
- O expresie formată din numere și litere se numește **expresie algebrică**.

Exemple: $3k$, $2x$, $2x + 3y$, $x - 5$.

- Putem nota expresia algebrică cu E urmată de paranteze între care se trec literele care apar în expresie.

Exemple: $E(x) = x - 5$, citim „ E de x este egal cu x minus 5”. Astfel arătăm că expresia este dependentă de x . $E(x,y) = 2x + 3y$, citim „ E de x și y este egal cu doi x plus trei y ”. Astfel arătăm că expresia este dependentă de x și y .

- Cea mai simplă expresie algebrică este formată dintr-un număr și una sau mai multe variabile (litere) legate prin operații de înmulțire și/ sau ridicare la putere.

Exemplu:

$3x^2y$
 coeficient $\nearrow$ $\nwarrow$ parte literală

- Dacă o astfel de expresie algebrică are coeficientul 1, acesta nu se mai scrie, iar pentru coeficientul -1 păstrăm numai semnul (în loc de $1xy^3$ scriem xy^3 , iar în loc de $-1x^2y^3$ scriem $-x^2y^3$).
- Într-o expresie algebrică variabilele (literele) pot fi înlocuite cu numere și apoi efectuate calculele. Spunem, în acest caz, că am aflat **valoarea numerică a expresiei**.

Exemplu: Calculați valoarea numerică a expresiei $E(x,y) = 2x^2y + 3xy - 5xy^2$, pentru $x = -1$ și $y = 2$.

Cum gândesc: Pas 1. Voi înlocui pe x cu -1 și pe y cu 2 .

Cum scriu: $E(-1,2) = 2 \cdot (-1)^2 \cdot 2 + 3 \cdot (-1) \cdot 2 - 5 \cdot (-1) \cdot 2^2$

Pas 2. Voi efectua calculele respectând ordinea operațiilor, adică mai întâi ridicarea la putere.

$$E(-1,2) = 2 \cdot 1 \cdot 2 + 3 \cdot (-1) \cdot 2 - 5 \cdot (-1) \cdot 4$$

Pas 3. Efectuez acum înmulțirile respectând regula semnelor.

$$E(-1,2) = 4 - 6 + 20$$

Pas 4. Efectuez adunările și scăderile în ordinea în care sunt scrise, de la stânga spre dreapta.

$$E(-1,2) = -2 + 20 = 18$$

Valoarea numerică a expresiei $E(x,y)$ pentru $x = -1$ și $y = 2$ este 18.

Observă și descoperă!



6 Pentru a ieși din Camera enigmelor, trebuie să completezi cu numere potrivite căsuțele aflate sub tablă. Descoperă numerele care ar trebui scrise în căsuțe.

(9921)

